

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026–

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1 (22,5p)

Se consideră numerele $a = \sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 4051}$ și

$$b = \sqrt{1} + \sqrt{1 + 3} + \sqrt{1 + 3 + 5} + \dots + \sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 4051}.$$

11p a) Arătați că $a - 1$ este pătrat perfect.**11,5p b)** Verificați dacă b este pătrat perfect.

SUBIECTUL 2 (22,5p)

În triunghiul ascuțitunghic ABC , BD și CE sunt înălțimi, $D \in AC$, $E \in AB$, iar $BD \cap CE = \{H\}$.Punctele M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor BH, CH, AC , respectiv AB .**11p a)** Să se arate că $MN \parallel PQ$.**11,5p b)** Să se arate că $MNPQ$ este dreptunghi.

SUBIECTUL 3 (22,5p)

Fie paralelogramul $ABCD$ cu $AC \perp BC$. Considerăm proiecția M a punctului A pe BD și simetricul N al lui D față de A . Arătați că punctele A, M, C, B, N sunt conciclice.*Gazeta Matematică*

SUBIECTUL 4 (22,5p)

Se consideră $a_n = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.**10,5p a)** Determinați a_{399} .**6p b)** Determinați $[\sqrt{2026} \cdot a_{2025}]$, unde $[b]$ înseamnă partea întregă a numărului b .**6p c)** Determinați cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N}^* | a_n \in \mathbb{Q}, n \leq 2025\}$ **Notă:**

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.